

Контрольная работа по математическому анализу N 2

ВАРИАНТ 1

1. Вычислить площадь области, ограниченную кривой

$$(x^2 + y^2)^3 = 4a^2 x^2 y^2, \quad a > 0.$$

2. Вычислить криволинейный интеграл

$$\int_L xy^2 dx - x^2 y dy,$$

где L — часть верхней дуги окружности $x^2 + y^2 = 4$, пробегаемая от точки $(2, 0)$ до точки $(0, 2)$.

3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностью

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = az(x^2 + y^2), \quad a > 0.$$

4. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint_S (x + y + z) dS,$$

где S — часть поверхности конуса $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, ограниченная цилиндром $x^2 + y^2 = 2ax$, $a > 0$.

5. Проверив, что подынтегральное выражение представляет собой полный дифференциал, вычислить криволинейный интеграл

$$\int_{(1;2;1)}^{(2;1;2)} x^2(y^3 + z^3)dx + y^2(x^3 + z^3)dy + z^2(x^3 + y^3)dz.$$

6. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint_S x^2 dydz + y^2 dzdx + z^2 dxdy,$$

где S — внешняя сторона поверхности параболоида $x^2 + y^2 \leq z \leq 1$.

7. Используя формулу Стокса, найти циркуляцию вектора $\bar{a} = (xy + z)\bar{i} + (yz + x)\bar{j} + (zx + y)\bar{k}$ вдоль замкнутого контура C , образованного пересечением сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ и плоскости $x + y + z = 0$, который положительно ориентирован на верхней стороне этой плоскости.

8. Используя формулу Гаусса-Остроградского, найти поток вектора $\bar{a} = x^3\bar{i} + y^3\bar{j} + z^3\bar{k}$ через поверхность сферы $x^2 + y^2 + z^2 = -2Rz$, $R > 0$.